

國立南科國際實驗高級中學 113 學年度第 1 次教師甄選 題目卷

科目：國中部 數學科

一、單選題 (15%每題 3 分)

1、() 台南人有句口訣「大大武花大武花」，說的就是大東、武聖和花園三處夜市，即週一、週二、週五有大東夜市，週三、週六有武聖夜市，週四、週日有花園夜市。小華在 1 月 1 日到台南訪友，好友晚上帶他去逛「大東夜市」，同年 2 月 1 日小華出差到台南，晚上想去逛夜市，則當晚大東夜市有營業的機率為何？(註：一週之中大東夜市營業三天，另四天不營業)

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{2}{3}$

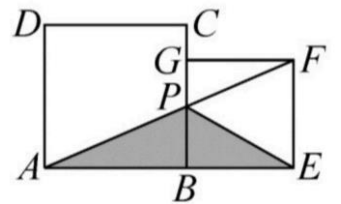
2、() 三數 a, b, c ，使得 $abc < 0$ ，且直線 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{a}$ 不經過第四象限，則直線 $y = (a+b)x + c$ 一定不會通過下列哪一個象限？

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3、() 兩正數 a, b 滿足 $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = 4$ ，則 $\frac{a+3b}{2a} + \frac{3a+b}{2b}$ 之值為何？

- (A) 5 (B) $\frac{11}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{13}{2}$

4、() 如圖，由邊長分別 8 及 6 公分的正方形 ABCD、BEFG。其中線段 AF 與線段 BG 交於 P 點。求 $\triangle APE$ 的面積是多少平方公分？

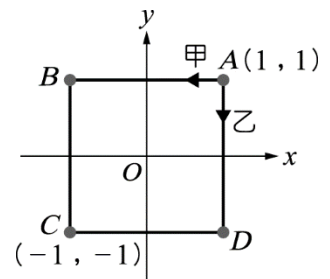


- (A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 30

5、() 如圖，坐標平面有一正方形 ABCD，A、C 的坐標分別為 $(1, 1)$ 、 $(-1, -1)$ 。

已知甲、乙兩人在 A 點第 1 次相遇後，甲自 A 點以每秒 a 公尺的速率，沿著正方形的邊以逆時針方向等速行走；乙自 A 點以每秒 $7a$ 公尺的速率，沿著正方形的邊以順時針方向等速行走。則甲、乙第 101 次相遇在何處？

- (A) A 點 (B) B 點 (C) C 點 (D) D 點



二、填充題 (39%每題 3 分)

1、小明、小華各投擲二粒公正骰子，則小明擲出的點數和比小華擲出的點數和還要大的機率為_____。

2、二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的最大值為 17，且 $f(6) = f(-4) = -8$ ，求 $a + b + c$ 的值_____。

3、長度相同的 2 根蠟燭皆是均勻材質構成，燃燒時都是按時間等比例燃燒掉長度，已知這 2 根蠟燭燃燒完分別需要花 a, b 小時，若同時燃燒這 2 根蠟燭， t 小時後 2 根蠟燭燃燒剩下的長度合計為 1 根蠟燭長，求 $t =$ _____。

4、 $\frac{1}{\frac{1}{2000} + \frac{1}{2001} + \frac{1}{2002} + \dots + \frac{1}{2099}}$ 介於整數 $b, b + 1$ 之間，求整數 b _____。

5、正整數 n ，滿足 $99 \leq n \leq 199$ ，且 $6^n + 8^n$ 被 10 整除，這樣的 n 有多少個_____。

6、有一個 4 位數的正整數 m ，滿足 $m^2 - 38^2$ 是 1000 的倍數，求這樣的 m 有多少個_____。

7、已知 152, 5775, 5777 為一直角三角形之三邊長，下列五個三角形的邊長中，那 2 個為銳角三角形_____。(填代號即可)

(甲) 152, 5775, 5778 (乙) 151, 5775, 5777 (丙) 152, 5774, 5777

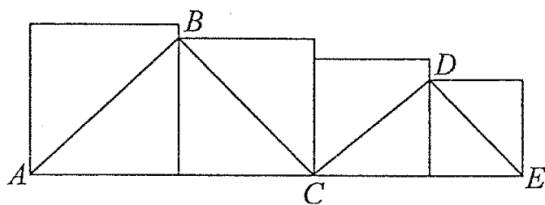
(丁) 151, 5776, 5777 (戊) 153, 5776, 5778

8. 周長 14 的 $\triangle ABC$ 其三邊長 a, b, c 皆為整數且 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

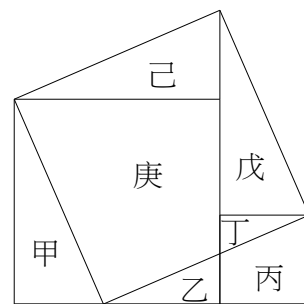
9. 有一個正整數，它與 20 的最小公倍數比它的 7 倍還要多 1314，則這個正整數為_____。

10 有一列火車全長 400 公尺，當等速行駛時，火車列車頭進入一隧道口至火車尾端離開隧道共需 2 分鐘，若此列車降低行駛速度 1000 公尺/每分鐘，則通過隧道時間需 2.5 分鐘，如果從隧道口開始，間隔 80 公尺就安裝一照明燈，問共需安裝多少個照明燈。_____。

11 如圖由左而右並排四個正方形面積依序為 5, 4, 3, 2。若連接頂點 A、B、C、D、E 的折線長度介於 n 與 $n+1$ 之間，求正整數 n 的值_____。



12、如圖，甲、乙、庚可以組成面積是 49 的正方形。丙、丁可以組成面積是 9 的正方形。而且甲面積等於己面積，乙、丙的面積和等於戊面積。則丁的面積 = _____



13、如圖，小圓與三個半圓皆相切，已知最大半圓的直徑為 20，則小圓半徑為_____。



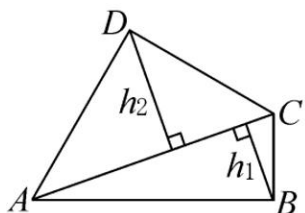
三、計算證明題 (16%每題8分)

1、數學兼哲學家伽利略，於公元 1632 年出版《對話錄》一書觸怒教廷，在他 70 歲時，接受宗教法庭審判且於該年被判終身監禁。出版《對話錄》一書到在獄中過世是伽利略人生中最灰暗的 10 年。年輕的伽利略發明十倍率的望遠鏡，並在隔年就發現木星的歐羅巴衛星。發現衛星到接受審判剛好是他被監禁時間的三倍。事實上，發明望遠鏡到出版《對話錄》算是伽利略的黃金歲月，這段時間正好是他發現衛星時年齡的一半。試問：伽利略在哪一年發現歐羅巴衛星？

2、如圖，四邊形 ABCD 中， $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 皆為直角， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 1$ ， $\overline{CD} = 2$ ，

求 (1) \overline{AC} 的長。(4 分)

(2) 若點 B、D 到直線 AC 的距離分別為 h_1 、 h_2 ，求 h_1 與 h_2 的比。(4 分)



四、申論題 (30%每題 10 分)

第 1 題、針對：國中數學第一冊中一元一次方程式應用問題

學習內容：1. A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義。具體情境中列出一元一次方程式。

2. A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。

請簡述一個 1~2 小時教案的大綱設計(不需很完整及詳細)，應用生成式 AI 及透過不斷地與生成式 AI 進行問答，使學生能用數學系統性思維來進行一元一次方程式應用問題的閱讀理解。再依據評量回饋進行調整學習的歷程，可以有更深入的理解一元一次方程式應用。

第 2~3 題說明：針對以下三個學習內容指標及說明，請各設計一題段考的素養考試試題，每題均需指明評量的目標為何？

S-8-5 三角形的全等性質：三角形的全等判定 (SAS、SSS、ASA、AAS、RHS)；全等符號 (\cong)。

基本說明：

1. 如果兩個三角形 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 可以完全重疊在一起，我們就稱 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 為兩個全等三角形，記為 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，讀做「三角形 ABC 全等於三角形 DEF」，其中以符號 \cong 表示全等。

2. 能理解 SAS、SSS、ASA、AAS、RHS 全等性質。

3. 能理解 SSA 不一定全等。

S-9-6 圓的幾何性質：圓心角、圓周角與所對應弧的度數三者之間的關係；圓內接四邊形對角互補；切線段等長。

基本說明：

1. 認識圓心角、圓周角與所對的弧的度數等名詞的意義。

2. 能理解圓心角的度數等於所對弧的度數。

3. 能理解同一弧所對的圓周角度數都是所對圓心角度數的一半。

第 2 題.

請針對學習內容指標「S-8-5 三角形的全等性質」的基本說明 3. 能理解 SSA 不一定全等。設計一題段考的素養試題。

第 3 題.

請針對學習內容指標「S-9-6 圓的幾何性質」的基本說明 3. 能理解同一弧所對的圓周角度數都是所對圓心角度數的一半。設計一題段考的素養試題。